

国家开放大学(中央广播电视大学)2018 年春季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题

2018 年 7 月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

附表

导数基本公式:

$(c)'=0$

$(x^a)'=ax^{a-1}$

$(a^x)'=a^x\ln a(a>0 \text{ 且 } a\neq 1)$

$(e^x)'=e^x$

$(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}(a>0 \text{ 且 } a\neq 1)$

$(\ln x)'=\frac{1}{x}$

$(\sin x)'=\cos x$

$(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\frac{1}{\cos^2 x}$

$(\cot x)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$

积分基本公式:

$\int 0dx=c$

$\int x^a dx=\frac{x^{a+1}}{a+1}+c(a\neq -1)$

$\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+c(a>0 \text{ 且 } a\neq 1)$

$\int e^x dx=e^x+c$

$\int \frac{1}{x}dx=\ln|x|+c$

$\int \sin x dx=-\cos x+c$

$\int \cos x dx=\sin x+c$

$\int \frac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+c$

$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+c$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 下列各函数对中,()中的两个函数相等.

A. $f(x)=(\sqrt{x})^2, g(x)=x$

B. $f(x)=\sqrt{x^2}, g(x)=x$

C. $f(x)=\ln x^2, g(x)=2\ln x$

D. $f(x)=\sin^2 x+\cos^2 x, g(x)=1$
- 当 $x \rightarrow 0$ 时,下列变量中为无穷小量的是().

A. $\frac{1}{x}$

B. 2^x

C. $\ln(1+x)$

D. $\frac{\sin x}{x}$
- 满足方程 $f'(x)=0$ 的点一定是函数 $y=f(x)$ 的().

A. 驻点

B. 最值点

C. 极值点

D. 间断点
- 若 $\int f(x)dx = x^2 e^{2x} + c$, 则 $f(x) = ()$.

A. $2x e^{2x} (1+x)$

B. $2x^2 e^{2x}$

C. $2x e^{2x}$

D. $x e^{2x}$
- 下列微分方程中为可分离变量方程的是().

A. $\frac{dy}{dx} = x + y$

B. $\frac{dy}{dx} = x + xy$

C. $\frac{dy}{dx} = xy + \sin x$

D. $\frac{dy}{dx} = (x + y)y$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 函数 $f(x+2)=x^2+4x+4$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{kx} = 3$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 函数 $y = \frac{x^2-2x-3}{x-1}$ 的间断点是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- $\int d(\cos x^2) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 微分方程 $xy''' + (y')^4 \cos x = e^{x+y}$ 的阶数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,本题共 44 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-7x+12}{x^2-9}$.

12. 设 $y=e^{\frac{1}{x}}+\sin x$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$.

14. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲做一个底为正方形,容积为 32 立方米的长方体开口容器,怎样做法用料最省?

试卷代号:2437

国家开放大学(中央广播电视大学)2018 年春季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2018 年 7 月

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. D 2. C 3. A 4. A 5. B

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

6. x^2
7. $\frac{2}{3}$
8. $x=1$
9. $\cos x^2 + c$
10. 3

三、计算题(每小题 11 分,本题共 44 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9}$.
解:原式 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-4)(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-4}{x+3} = -\frac{1}{6}$ 11 分

12. 设 $y = e^{\frac{1}{x}} + \sin x$, 求 dy .
解: $y' = e^{\frac{1}{x}} \left(-\frac{1}{x^2}\right) + \cos x$ 9 分
 $dy = \left(\cos x - \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}\right) dx$ 11 分

13. 计算不定积分 $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$.
解: $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx = - \int \sin \frac{1}{x} d\left(\frac{1}{x}\right) = \cos \frac{1}{x} + c$ 11 分

14. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.

解: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$ 11 分

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲做一个底为正方形,容积为 32 立方米的长方体开口容器,怎样做法用料最省?

解:设底的边长为 x ,高为 h ,用材料为 y ,由已知 $x^2 h = 32, h = \frac{32}{x^2}$,于是

$$y = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{32}{x^2} = x^2 + \frac{128}{x}$$

令 $y' = 2x - \frac{128}{x^2} = 0$,解得 $x = 4$ 是唯一驻点,易知 $x = 4$ 是函数的极小值点,也就是所求

的最小值点,此时有 $h = \frac{32}{4^2} = 2$,所以当 $x = 4, h = 2$ 时用料最省. 16 分