

试卷代号:2437

座位号

--	--

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题

2018年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 下列函数()为奇函数.

A. $x^2 \cos x$

B. $\sin x + \cos x$

C. $x \sin x$

D. $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$

2. 当 $k = ()$ 时, 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续.

A. 0

B. 1

C. 2

D. -1

3. 函数 $y = (x+1)^2$ 在区间 $(-2, 2)$ 是().

A. 单调增加

B. 单调减少

C. 先增后减

D. 先减后增

4. 若 $\int f(x) dx = x^2 e^{2x} + c$, 则 $f(x) = ()$.

A. $2x e^{2x} (1+x)$

B. $2x^2 e^{2x}$

C. $2x e^{2x}$

D. $x e^{2x}$

5. 微分方程 $y' = 0$ 的通解为().

A. $y = 0$

B. $y = cx$

C. $y = c$

D. $y = x + c$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

6. 函数 $f(x-1) = x^2 - 2x + 7$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 曲线 $y = \sqrt{x}$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. $\int e^{-x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 微分方程 $(y'')^3 + 4xy^{(4)} = y^6 \sin x$ 的阶数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,本题共 44 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 9}$.

12. 设 $y = \cos \sqrt{x} + \ln x$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$.

14. 计算定积分 $\int_0^1 x e^x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲做一个底为正方形,容积为 32 立方米的长方体开口容器,怎样做法用料最省?

试卷代号:2437

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2018年1月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. D 2. B 3. D 4. A 5. C

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $x^2 + 6$

7. $\frac{1}{2}$

8. $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

9. $e^{-x^2} dx$

10. 4

三、计算题(每小题11分,本题共44分)

11. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+5)(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{4}{3}$ (11分)

12. 解: $y' = -\sin\sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x}$ (9分)

$$dy = \left(\frac{1}{x} - \frac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \right) dx$$
 (11分)

13. 解: $\int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx = -\int \cos \frac{1}{x} d\left(\frac{1}{x}\right) = -\sin \frac{1}{x} + c$ (11分)

14. 解: $\int_0^1 x e^x dx = x e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big|_0^1 = 1$ (11分)

四、应用题(本题 16 分)

15. 解: 设底的边长为 x , 高为 h , 用材料为 y , 由已知 $x^2 h = 32$, $h = \frac{32}{x^2}$, 于是

$$y = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{32}{x^2} = x^2 + \frac{128}{x}$$

令 $y' = 2x - \frac{128}{x^2} = 0$, 解得 $x = 4$ 是唯一驻点, 易知 $x = 4$ 是函数的极小值点, 也就是所求

的最小值点, 此时有 $h = \frac{32}{4^2} = 2$, 所以当 $x = 4, h = 2$ 时用料最省. (16 分)