

试卷代号:1080

座位号 

--	--

国家开放大学(中央广播电视大学)2015年秋季学期“开放本科”期末考试

## 工程数学(本) 试题(半开卷)

2016年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

### 一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 设  $A, B$  为三阶可逆矩阵, 且  $k > 0$ , 则下式( )成立.
 

A.  $|A+B| = |A| + |B|$ 
B.  $|AB| = |A| |B'|$

C.  $|AB^{-1}| = |A| |B|$ 
D.  $|kA| = k|A|$
2. 若  $n$  元齐次线性方程组  $AX=0$  满足  $r(A)=n$ , 则该线性方程组( )成立.
 

A. 有无穷多解
B. 有非零解

C. 有唯一解
D. 无解

3. 若矩阵  $A$  的特征多项式  $|\lambda I - A| = \begin{vmatrix} \lambda - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 1 \end{vmatrix}$ , 则  $A$  的特征值为( ).

- A.  $\lambda = 1$ 
B.  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0$ (二重)
- C.  $\lambda = 0$ 
D.  $\lambda_1 = 1$ (二重),  $\lambda_2 = 0$

4. 若  $X \sim N(2, 4)$ ,  $Y = ( \quad )$ , 则  $Y \sim N(0, 1)$ .

A.  $4X + 2$

B.  $2X + 2$

C.  $\frac{X-2}{2}$

D.  $\frac{X-2}{4}$

5. 设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是来自正态总体  $N(5, 1)$  的样本, 则检验假设  $H_0: \mu = 5$  时, 采用统计量  $U = ( \quad )$ .

A.  $\frac{\bar{x} - 5}{1/\sqrt{n}}$

B.  $\frac{\bar{x} - 5}{1/\sqrt{5}}$

C.  $\frac{\bar{x} - 5}{\sqrt{5}}$

D.  $\frac{\bar{x} - 5}{1}$

得 分	评卷人

## 二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设三阶矩阵  $A$  的行列式  $|A| = 2$ , 则  $|A^{-1}| = \underline{\hspace{2cm}}$ .

7. 已知齐次线性方程组  $AX = 0$  中  $A$  为  $3 \times 5$  矩阵, 则  $r(A) \leq \underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 袋中有 3 个红球, 2 个白球, 第一次取出一球后放回, 第二次再取一球, 则两球都是红球的概率是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 设随机变量  $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0.4 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$ , 则  $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 设  $\hat{\theta}$  是未知参数  $\theta$  的一个估计, 且满足  $E(\hat{\theta}) = \theta$ , 则  $\hat{\theta}$  称为  $\theta$  的  $\underline{\hspace{2cm}}$  估计.

得 分	评卷人

### 三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $AX = B$ , 求  $X$ .

12. 设齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 8x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{cases}$$

问  $\lambda$  为何值时方程组有非零解? 在有非零解时, 求出通解.

13. 设  $X \sim N(2, 9)$ , 试求: (1)  $P(X < 11)$ ; (2)  $P(5 < X < 8)$ .

(已知  $\Phi(1) = 0.8413$ ,  $\Phi(2) = 0.9772$ ,  $\Phi(3) = 0.9987$ )

14. 某厂生产一种型号的滚珠, 其直径  $X \sim N(\mu, 0.09)$ , 今从这批滚珠中随机地抽取了 16 个, 测得直径(单位: mm)的样本平均值为 4.35, 求滚珠直径  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间 ( $u_{0.975} = 1.96$ ).

得 分	评卷人

### 四、证明题(本题 6 分)

15. 设  $A, B$  是  $n$  阶对称矩阵, 试证:  $A + B$  也是对称矩阵.

试卷代号:1080

国家开放大学(中央广播电视大学)2015年秋季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2016年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. B                  2. C                  3. D                  4. C                  5. A

二、填空题(每小题3分,共15分)

6.  $\frac{1}{2}$

7. 3

8.  $\frac{9}{25}$

9. 0.9

10. 无偏

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:利用初等行变换可得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{因此, } A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

……10分

于是由矩阵乘法可得

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 5 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots 16 \text{ 分}$$

12. 解: 因为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 3 \\ 3 & -8 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & \lambda - 6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 \end{bmatrix}$$

当  $\lambda - 5 = 0$  即  $\lambda = 5$  时,  $r(A) < 3$ , 所以方程组有非零解. .....8 分

方程组的一般解为:  $\begin{cases} x_1 = x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$ , 其中  $x_3$  为自由元.

令  $x_3 = 1$  得  $X_1 = (1, 1, 1)'$ , 则方程组的基础解系为  $\{X_1\}$ .

通解为  $k_1 X_1$ , 其中  $k_1$  为任意常数. .....16 分

13. 解: (1)  $P(X < 11) = P\left(\frac{X-2}{3} < \frac{11-2}{3}\right)$

$$= P\left(\frac{X-2}{3} < 3\right) = \Phi(3) = 0.9987 \quad \cdots \cdots 8 \text{ 分}$$

(2)  $P(5 < X < 8) = P\left(\frac{5-2}{3} < \frac{X-2}{3} < \frac{8-2}{3}\right) = P\left(1 < \frac{X-2}{3} < 2\right)$

$$= \Phi(2) - \Phi(1) = 0.9772 - 0.8413 = 0.1359 \quad \cdots \cdots 16 \text{ 分}$$

14. 解: 由于已知  $\sigma^2$ , 故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1) \quad \cdots \cdots 5 \text{ 分}$$

因为  $\bar{x} = 4.35$ ,  $u_{0.975} = 1.96$ , 且

$$u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{0.3}{\sqrt{16}} = 0.147 \quad \cdots \cdots 10 \text{ 分}$$

所以, 滚珠直径  $\mu$  的置信度为 95% 的  $\mu$  的置信区间为:

$$\left[\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = [4.203, 4.497]. \quad \cdots \cdots 16 \text{ 分}$$

#### 四、证明题(本题 6 分)

15. 证明: 因为

$$(A+B)' = A' + B' = A + B$$

所以  $A+B$  也是对称矩阵, 证毕. .....6 分