

国家开放大学(中央广播电视大学)2018 年春季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本) 试题(半开卷)

2018 年 7 月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 若 $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & x+2 \end{vmatrix} = 0$, 则 $x = (\quad)$.

- A. 3
- B. 2
- C. -3
- D. -2

2. 设 A 是 n 阶方阵,当条件(\quad)成立时, n 元线性方程组 $AX=b$ 有唯一解.

- A. $b=0$
- B. $|A|=0$
- C. $r(A)=n$
- D. $r(A)<n$

3. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$, 那么 A 的特征值是(\quad).

- A. -4,6
- B. 1,1
- C. 1,5
- D. 5,5

4. 设 A, B 是两事件, 则下列等式中()是不正确的.

A. $P(AB) = P(A)P(B|A)$, 其中 $P(A) \neq 0$

B. $P(AB) = P(B)P(A|B)$, 其中 $P(B) \neq 0$

C. $P(AB) = P(A)P(B)$, 其中 A, B 相互独立

D. $P(AB) = P(A)P(B)$, 其中 A, B 互不相容

5. 在对单正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的假设检验问题中, T 检验法解决的问题是().

A. 已知方差, 检验均值

B. 未知方差, 检验均值

C. 已知均值, 检验方差

D. 未知均值, 检验方差

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设 A, B 均为 n 阶矩阵, 则 $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 成立的充分必要条件是_____.

7. 当 $\lambda =$ _____ 时, 齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$$
 有非零解.

8. 若 $P(A) = 0.7, P(B) = 0.8$, 且 A, B 相互独立, 则 $P(AB) =$ _____.

9. 设随机变量 $X \sim B(100, 0.15)$, 则 $E(X) =$ _____.

10. 设 x_1, x_2, \dots, x_{10} 是来自正态总体 $N(\mu, 4)$ 的一个样本, 则 $\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i \sim$ _____.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 已知 $AX=B$,其中 $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 7 \\ 5 & 8 & 10 \end{bmatrix},B=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,求 X .

12. 当 λ 取何值时,线性方程组

$$\begin{cases} x_1-x_2+x_4=2 \\ x_1-2x_2+x_3+4x_4=3 \\ 2x_1-3x_2+x_3+5x_4=\lambda+2 \end{cases}$$

有解,在有解的情况下求方程组的全部解 .

13. 设 $X\sim N(3,4)$,试求:(1) $P(X<-1)$;(2) $P(5<X<9)$.

(已知 $\Phi(1)=0.8413,\Phi(2)=0.9772,\Phi(3)=0.9987$)

14. 据资料分析,某厂生产的一批砖,其抗断强度 $X\sim N(32.5,1.21)$,今从这批砖中随机地抽取了 9 块,测得抗断强度(单位:kg/cm²)的平均值为 31.12,问这批砖的抗断强度是否合格($\alpha=0.05,u_{0.975}=1.96$)?

得 分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是线性无关的,证明, $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_1+\alpha_3$ 也线性无关 .

试卷代号:1080

国家开放大学(中央广播电视大学)2018 年春季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2018 年 7 月

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. D 2. C 3. A 4. D 5. B

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. $AB=BA$ 7. -1 8. 0.56 9. 15 10. $N(\mu, \frac{4}{10})$

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 解:利用初等行变换得

$$(A\ I)=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 8 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & -5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & -6 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

即 $A^{-1}=\begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ 10 分

$X=A^{-1}B=\begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -15 & 7 \\ 8 & -3 \end{bmatrix}$ 16 分

12. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & 5 & \lambda+2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & \lambda-2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix}$$

由此可知当 $\lambda \neq 3$ 时, 方程组无解, 当 $\lambda = 3$ 时, 方程组有解.

.....8 分

此时相应的齐次方程组化为

$$\begin{cases} x_1 = x_3 + 2x_4 \\ x_2 = x_3 + 3x_4 \end{cases}$$

分别令 $x_3 = 1, x_4 = 0$ 及 $x_3 = 0, x_4 = 1$, 得齐次方程组的一个基础解系

$$X_1 = [1 \ 1 \ 1 \ 0]', X_2 = [2 \ 3 \ 0 \ 1]'$$

令 $x_3 = 0, x_4 = 0$, 得非齐次方程组的一个特解

$$X_0 = [1 \ -1 \ 0 \ 0]'$$

由此得原方程组的全部解为

$$X = X_0 + k_1 X_1 + k_2 X_2 \quad (\text{其中 } k_1, k_2 \text{ 为任意常数}) \quad \text{.....16 分}$$

13. 解: (1) $P(X < -1) = P\left(\frac{X-3}{2} < \frac{-1-3}{2}\right) = P\left(\frac{X-3}{2} < -2\right) = \Phi(-2)$

$$= 1 - \Phi(2) = 1 - 0.9772 = 0.0228 \quad \text{.....8 分}$$

(2) $P(5 < X < 9) = P\left(\frac{5-3}{2} < \frac{X-3}{2} < \frac{9-3}{2}\right) = P\left(1 < \frac{X-3}{2} < 3\right)$

$$= \Phi(3) - \Phi(1) = 0.9987 - 0.8413 = 0.1574 \quad \text{.....16 分}$$

14. 解: 零假设 $H_0: \mu = 32.5$. 由于已知 $\sigma^2 = 1.21$, 故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1) \quad \text{.....5 分}$$

已知 $\bar{x} = 31.12$, 经计算得

$$\frac{\sigma}{\sqrt{9}} = \frac{1.1}{3} = 0.37, \quad \left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = \left| \frac{31.12 - 32.5}{0.37} \right| = 3.73 \quad \text{.....10 分}$$

由已知条件 $u_{0.975} = 1.96$,

$$\left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = 3.73 > 1.96 = u_{0.975}$$

故拒绝零假设, 即这批砖的抗断强度不合格.

.....16 分

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明:设有一组数 k_1, k_2, k_3 , 使得 $k_1(\alpha_1 + \alpha_2) + k_2(\alpha_2 + \alpha_3) + k_3(\alpha_1 + \alpha_3) = 0$ 成立, 即 $(k_1 + k_3)\alpha_1 + (k_1 + k_2)\alpha_2 + (k_2 + k_3)\alpha_3 = 0$, 由已知 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 故有

$$\begin{cases} k_1 + k_3 = 0 \\ k_1 + k_2 = 0 \\ k_2 + k_3 = 0 \end{cases}$$

该方程组只有零解, 得 $k_1 = k_2 = k_3 = 0$, 故 $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_3$ 是线性无关的, 证毕.

.....6 分